Моделирование входного трафика в беспроводной сети связи

А.В. Анисимов А.М. Тюрликов аспирант к.т.н., доцент Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

С.Д. Андреев к.т.н., с.н.с. Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН

I. Введение

Повсеместное распространение беспроводных технологий связи и созданных на их основе систем передачи информации обуславливает необходимость в углубленной и более точной оценке их производительности. Современные телекоммуникационные сети оперируют с большим количеством разнородной информации, включая видео-, аудиопотоки, а также потоки данных. Для обеспечения определенных гарантий по качеству обслуживания таких потоков требуется построение адекватных аналитических и имитационных моделей для систем передачи информации. С другой стороны, имеющиеся на сегодняшний день телекоммуникационные стандарты определяют лишь структуру физического и канального уровней таких систем, оставляя без внимания характеристики вышележащих уровней. Таким образом, выбор модели входного трафика в современных системах связи представляет собой важную исследовательскую задачу [1].

Имеется множество исследовательских работ, посвященных задаче построения адекватной модели входного потока. В частности, часто рассматриваются эмпирические модели, воспроизводящие поведение какого-либо протокола вышележащих уровней. В работе [2] предлагается модель протокола передачи гипертекста (Hypertext Transfer Protocol, HTTP), основанная на накопленной статистике сообщений. К сожалению, эмпирические модели трафика существенным образом зависят как от набранной статистической информации, так и от процесса ее получения и не могут использоваться в качестве общей методики при моделировании систем передачи информации.

В качестве альтернативы, в документе [3] приведены обобщенные модели, которые могут быть использованы в достаточно широком диапазоне условий. Предложенные модели типового трафика в беспроводной сети, имеющей доступ к сети Интернет, основаны на прерванном пуассоновском процессе (Interrupted Poisson Process, IPP), а также на комбинировании нескольких таких процессов в один. Простейшая IPP-модель, известная также как модель ON-OFF, масштабируема, легка в использовании и потому рекомендована к использованию в современном стандарте региональных систем передачи информации IEEE 802.16 [4]. Имеется ряд документов, регламентирующих использование IPP-моделей трафика при оценке производительности беспроводных сетей связи, среди которых следует выделить [5], [6] и [7].

Модели, основанные на процессе IPP, принято относить к более широкой группе пуассоновских процессов, модулируемых цепью Маркова (Markov Modulated Poisson Process, MMPP) [8]. В свою очередь, процессы MMPP входят в класс пачечных марковских входных процессов (Batch Markovian Arrival Process, BMAP), которые сейчас достаточно хорошо изучены с помощью матричноаналитических методов. Процессы BMAP были впервые рассмотрены в статье [9] и позднее использованы в работе [10] для моделирования трафика в IP-сетях для учета переменной длины сообщения. В труде [11] разработана единая система определений и обозначений, а сам процесс BMAP более точно назван дискретным пачечным марковским входным процессом (Discrete-time Batch Markovian Arrival Process, DBMAP). Многие известные входные процессы являются частными случаями процесса DBMAP, включая бернуллиевский входной процесс, бернуллиевский процесс, модулируемый цепью Маркова (Markov Modulated Bernoulli Process, MMBP), пачечный бернуллиевский процесс с коррелированными поступлениями пачек и другие [12].

Процессы DBMAP широко используются для моделирования видеопотока MPEG-4 [13], а также для масштабируемого потока H.264/SVC [14]. В работе [15] входной процесс DBMAP был использован для анализа энергосберегающего режима в системе связи IEEE 802.16, а в статье [16] – для анализа алгоритма разрешения конфликтов канального уровня. Кроме того, в ряде работ, таких как [17], [18] и [19], рассматриваются различные модификации процессов DBMAP в рамках матрично-аналитической теории.

К сожалению, полученные для процессов DBMAP аналитические результаты находят ограниченное применение на практике в силу своей более высокой сложности по сравнению с моделями трафика, принятыми в [5], [6] и [7] для реальных сетей передачи информации. В данной работе мы устраняем данное ограничение, предлагая простой подход к построению DBMAP-модели, которая наиболее близка к практической IPP-модели. Тем самым, имеющиеся для DBMAP-процессов аналитические результаты могут быть непосредственно применены для исследования имеющихся сетей передачи информации, таких как IEEE 802.16, IEEE 802.11 и 3GPP Long Term Evolution (LTE). В следующем разделе мы описываем известные практические модели трафика для беспроводных сетей связи, затем более подробно рассматриваем процессы DBMAP. Далее предлагается подход к построению DBMAPмодели, эквивалентной известной IPP-модели, и устанавливаются их схожие свойства.

II. Обзор моделей входных потоков

При исследовании и изучении различных свойств и характеристик систем передачи информации возникает задача построения моделей входного трафика, характеристики которых были бы



Рис. 1. Пример распределения сообщений в течение сеанса

наиболее близки к характеристикам реальных потоков данных. В данном разделе приводится описание основных моделей, которые рекомендованы при анализе современных телекоммуникационных сетей.

А. Описание модели НТТР-трафика

Рассмотрим модель HTTP-трафика, предложенную в [5], [6] и [7]. На Рис. 1 представлен пример временно́го распределения сообщений в течение типового сеанса работы в сети Интернет. Данный сеанс имеет четко выраженные периоды ON и OFF, в течение которых происходит и не происходит генерация данных, соответственно.

Для генерации такого вида трафика используется модель [3], которая известна как IPP. Данная модель представляет собой марковскую цепь с двумя состояниями (см. Рис. 2). Такая цепь характеризуется тремя параметрами: интенсивностью поступления сообщений в состоянии ON; интенсивностью переходов из состояния ON в состояние OFF и интенсивностью переходов из состояния OFF в состояние ON. Интенсивностью переходов будем называть число переходов из одного состояния в другое за некоторую единицу времени.

В описываемой модели параметр C_1 определяет интенсивность переходов из состояния ON в состояние OFF, параметр C_2 определяет интенсивность переходов в обратном направлении. Когда модель находится в состоянии ON, происходит поступление новых сообщений согласно закону Пуассона с интенсивностью λ_{ON} . Интервал времени между двумя соседними сообщениями распре-



Рис. 2. Модель ON-OFF

делен по экспоненциальному закону с функцией распределения

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda_{ON} \cdot t}.$$
(1)

Длительности периодов ON и OFF распределены по экспоненциальному закону, поэтому средняя длительность периода ON составляет $1/C_1$, а средняя длительность периода OFF равна $1/C_2$. Вероятность того, что система находится в состоянии ON, составляет

$$P_{ON} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}.$$
 (2)

Аналогично, вероятность нахождения системы в состоянии OFF равна

$$P_{OFF} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}.$$
 (3)

В некоторых случаях для моделирования реалистичного трафика используется прием комбинирования нескольких потоков одного типа с различными параметрами в один. Для обозначения такой модели перед ее названием добавляется цифра, которая показывает количество комбинированных потоков. Например, обозначение 4IPP соответствует комбинации, которая состоит из четырех простейших прерванных пуассоновских потоков IPP. Согласно [3], количество совмещаемых потоков прямо пропорционально степени самоподобия трафика. Табл. I содержит типовые параметры модели IPP для генерации Интернет-трафика от одного пользователя.

Приведенные параметры следует масштабировать для заданной скорости трафика. Например, пусть скорость моделируемого

Таблица I
Параметры ІРР-модели

Параметр	Значение
Интенсивность в состоянии ON λ_{ON} ,	1.698
сообщ./ед.вр.	
C_1 , переходов/ед.вр.	$1.445 \cdot 10^{-2}$
C_2 , переходов/ед.вр.	$1.084 \cdot 10^{-2}$
Общая интенсивность λ , сообщ./ед.вр.	0.7278

потока должна быть равна 50 Кбит/сек. Согласно проведенным в [3] исследованиям, средний размер сообщения равен 192 байтам. Тогда количество сообщений в секунду составит 50000/1536 = 32.552. Чтобы пересчитать число единиц времени в одной секунде, нужно выполнить следующее действие: 32.552/0.7278 = 44.7266 ед.вр./сек. Теперь для получения параметров модели, которая порождает поток со скоростью 50 Кбит/сек, необходимо все параметры из таблицы умножить на масштабирующий коэффициент 44.7266.

Как обсуждалось выше, модель IPP является частным случаем модели MMPP, которая включает в себя более двух состояний и задает различную интенсивность поступления сообщений в этих состояниях [8].

В. Описание VoIP-трафика

Для моделирования голосового VoIP-трафика используется модификация модели IPP, а именно, модель прерванного детерминированного процесса IDP (Interrupted Deterministic Process). В модели IDP в состоянии ON вместо экспоненциального периода времени между поступлениями двух соседних сообщений используется детерминированный период. В документе [3] содержатся параметры базовой модели. Более сложные модели потока VoIP могут быть найдены в [5], [6] и [7]. В Табл. II приводятся их типовые параметры. Из указанного набора параметров можно рассчитать параметры для IDP-модели.

Таблица II
Параметры VoIP-модели

Параметр	Значение
Средняя длительность звонка, с	Закон распределения –
	экспоненциальный:
	$\mu = 210 \ \mathrm{c}$
Аудио кодек	AMR (12.2 Кбит/с)
Длительность кадра	20 мс
Длительность потока речи	Закон распределения –
	экспоненциальный:
	$\alpha = 1026~{\rm c}$
Длительность паузы	Закон распределения –
	экспоненциальный:
	$\beta = 1171 \text{ c}$
Подавление пауз	Да
Активность разговора	47.17%
Cootнomeние UL:DL	1:1

III. Описание процесса DBMAP

Рассмотрим временну́ю ось, разделенную на равные промежутки времени, называемые окнами. Окна нумеруются натуральными числами, и окну с номером t соответствует интервал времени [t-1,t). Далее будем называть окно с номером t просто окном t для краткости. Рассмотрим также некоторый стохастический процесс с дискретным множеством состояний, которое обозначим через **S**. Взаимооднозначно поставим в соответствие окну t состояние из рассмотренного множества: $S^t \in \mathbf{S}$. С другой стороны, каждому окну t взаимооднозначно поставим в соответствие некоторое целое неотрицательное число X^t , которое имеет смысл количества вновь поступивших сообщений в окне t. Отметим, что при такой дискретизации время поступления каждого из X^t сообщений внутри окна t остается без внимания.

Обозначим вероятность события, связанного с поступлением n сообщений в окне t и переходом рассматриваемого стохастиче-

ского процесса из состояния с номером i в состояние с номером j в конце окна t, следующим образом:

$$\Pr\{X^{t} = n, S^{t+1} = j | S^{t} = i\} \triangleq b_{ij}(n).$$
(4)

Каждому значению n можно поставить в соответствие матрицу $\mathbf{B}_n = \{b_{ij}(n)\}$. В наиболее общем случае число n сообщений, поступивших в некотором окне, может быть неограничено. Тогда имеется бесконечное число матриц \mathbf{B}_n . В литературе описанный таким образом процесс $\{X^t, S^t\}$ принято называть дискретным пачечным марковским входным процессом или DBMAP [11]. Он полностью описывается набором матриц \mathbf{B}_n для всех возможных значений n. Для этого процесса ниже введем основные определения и обозначения.

Рассмотрим матрицу **B**, которая является суммой матриц \mathbf{B}_n , составленных из элементов (4), по всем n:

$$\mathbf{B} \triangleq \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{B}_n.$$
 (5)

Тогда элемент матрицы **B** будет иметь смысл вероятности перехода процесса $\{S^t\}$ из состояния с номером *i* в состояние с номером *j* в конце окна *t*:

$$b_{ij} = \Pr\{S^{t+1} = j | S^t = i\}.$$
(6)

Предположим, что матрица **B** с элементами b_{ij} является непериодической и неприводимой. Такие матрицы часто именуют примитивными (primitive) [20]. Аналогично, процесс DBMAP, соответствующий примитивной матрице **B**, будем также называть примитивным (primitive DBMAP). Далее сузимся до рассмотрения только таких процессов.

Введем важные характеристики примитивных процессов DBMAP. Рассмотрим среднее число сообщений, поступающих в состоянии с номером *i* в течение одного окна:

$$\lambda_i \triangleq \sum_n n \sum_j b_{ij}(n). \tag{7}$$

Учитывая, что процесс $\{S^t\}$ – эргодический, введем стационарную вероятность p_i нахождения процесса $\{S^t\}$ в состоянии с номером *i* при условии, что в начальном окне процесс находился в состоянии с номером *j* для любого *j*:

$$p_i \triangleq \lim_{t \to \infty} \Pr\{S^t = i | S^1 = j\}.$$
(8)

Тогда можно рассмотреть среднее число сообщений, поступающих в течение одного окна, которое будем называть средней интенсивностью входного потока сообщений:

$$\lambda \triangleq \sum_{i} \lambda_{i} p_{i}. \tag{9}$$

Практически среднюю интенсивностью входного потока сообщений можно вычислить как отношение количества вновь поступивших сообщений на некотором достаточно длительном интервале T к длительности этого интервала, то есть:

$$\lim_{T \to \infty} \frac{\sum_{t=0}^{T-1} X^t}{T} = \lambda.$$
(10)

Как обсуждалось во введении, процессы DBMAP широко используются при решении ряда практических задач. Рассмотрим некоторый процесс непрерывного времени, определяющий моменты поступления новых сообщений. Согласно данному процессу сообщения возникают через интервалы $T^{(1)}, T^{(2)}, \ldots, T^{(k)}, \ldots$ (см. Рис. 3). Предположим, что длительности интервалов $T^{(1)}, T^{(2)}, \ldots, T^{(k)}, \ldots$ еенство собщения и одинаково распределены (independent and identically distributed, i.i.d.). Необходимо построить эквивалентное описание исходного процесса с помощью процесса DBMAP. Способу решения данной задачи и будет посвящена оставшаяся часть данного текста.

IV. Построение эквивалентной DBMAP-модели

Рассмотрим подход, используя который, можно описать процесс поступления сообщений IPP с помощью процесса DBMAP.



Рис. 3. Эквивалентное описание непрерывного процесса поступлений



Рис. 4. Построенная цепь Маркова

Напомним, что модель IPP характеризуется тремя параметрами: C_1, C_2 и λ_{ON} . Вероятность того, что длительность периода ON превышает некоторую величину τ , равна

$$\Pr\{T_{ON} > \tau\} = e^{-C_1 \cdot \tau}.$$
(11)

Для периода OFF аналогично имеем

$$\Pr\{T_{OFF} > \tau\} = e^{-C_2 \cdot \tau}.$$
(12)

Средние длительности периода ON и OFF составляют $E[T_{ON}] = 1/C_1$ и $E[T_{OFF}] = 1/C_2$, соответственно. Отметим, что IPP-модель – это модель непрерывного времени, а DBMAP-модель – дискретного. Для того, чтобы перейти от IPP к DBMAP, необходимо некоторым образом разбить временну́ю ось на окна. На Рис. 4 представлена цепь Маркова с переходными вероятностями, соответствующими рассматриваемому случаю. Предполагается, что в течение длительности окна не может произойти более одной смены состояния.

Как следует из приведенного выше описания, процесс DBMAP задается набором матриц \mathbf{B}_n . Размер этих матриц в рассматриваемом случае составит 2 × 2. Элементы матриц приведены ниже:

$$\begin{split} &\Pr\{X^t = n, S^{t+1} = ON | S^t = ON\} = \frac{\lambda_{ON}^n}{n!} \cdot e^{-\lambda_{ON}} \cdot e^{-C_1 \cdot t}, \\ &\Pr\{X^t = n, S^{t+1} = ON | S^t = OFF\} = \frac{\lambda_{ON}^n}{n!} \cdot e^{-\lambda_{ON}} \cdot (1 - e^{-C_1 \cdot t}), \\ &\Pr\{X^t = n, S^{t+1} = OFF | S^t = OFF\} = 1 \cdot e^{-C_2 \cdot t}, \quad n = 0, \\ &\Pr\{X^t = n, S^{t+1} = OFF | S^t = ON\} = 1 \cdot (1 - e^{-C_2 \cdot t}), \quad n = 0, \\ &\Pr\{X^t = n, S^{t+1} = OFF | S^t = OFF\} = 0, \quad n \neq 0, \\ &\Pr\{X^t = n, S^{t+1} = OFF | S^t = ON\} = 0, \quad n \neq 0. \end{split}$$

Теперь, чтобы выписать сами матрицы \mathbf{B}_n , достаточно подставить значения переменной n (в общем случае принимающей значения от 0 до ∞) и рассчитать элементы данных матриц. Ниже приводится общий вид матриц для рассматриваемого случая:

$$B_{0} = \begin{bmatrix} e^{-\lambda_{ON}} \cdot e^{-C_{1} \cdot t} & e^{-\lambda_{ON}} \cdot (1 - e^{-C_{1} \cdot t}) \\ (1 - e^{-C_{2} \cdot t}) & e^{-C_{2} \cdot t} \end{bmatrix},$$
(13)

$$B_1 = \begin{bmatrix} \lambda_{ON} \cdot e^{-\lambda_{ON}} \cdot e^{-C_1 \cdot t} & \lambda_{ON} \cdot e^{-\lambda_{ON}} \cdot (1 - e^{-C_1 \cdot t}) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$B_{2} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_{ON}^{2}}{2} \cdot e^{-\lambda_{ON}} \cdot e^{-C_{1} \cdot t} & \frac{\lambda_{ON}^{2}}{2} \cdot e^{-\lambda_{ON}} \cdot (1 - e^{-C_{1} \cdot t}) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$
 (15)

Полученные выражения задают описание модели DBMAP.

V. Сравнение моделей

При анализе систем передачи информации (например, IEEE 802.16, LTE и др.) возникают задачи, связанные с расчетом значений задержки передачи сообщений в различных режимах функционирования системы (режим ожидания, активный режим и др.). Многие исследователи при таком анализе полагают, что время обслуживания есть дискретная случайная величина с дискретом в

один кадр. Данный выбор можно обосновать тем фактом, что в централизованной системе передачи информации обратная связь доступна абонентам один раз за кадр, поэтому рассмотрение дискрета менее одного кадра не имеет смысла. Кроме этого, расчет характеристик системы связи с детерминированным временем обслуживания при входном потоке DBMAP существенно упрощается, если дискрет DBMAP-модели и время обслуживания совпадают и синхронизированы между собой. При имеющихся моделях входных потоков и типовых значениях интенсивности использование в качестве дискрета DBMAP-модели одного кадра существенно не снижает точности расчета.

Ниже рассматривается DBMAP-модель трафика, построенная в предыдущем разделе. Данная модель дискретного времени эквивалентна IPP-модели непрерывного времени, предложенной для моделирования HTTP-трафика в беспроводной системе связи IEEE 802.16 [5].

Для того, чтобы сравнить между собой входные потоки, порожденные процессами IPP и DBMAP, разработана программа имитационного моделирования простейшей системы массового обслуживания с постоянным временем обслуживания. Таким образом, в дискретном случае имеется система массового обслуживания типа DBMAP/D/1. Предположим, что время обслуживания в данной системе совпадает с длительностью кадра в сети IEEE 802.16 и принимает типовое значение в 5 мс. Для использования выражений (13)–(15) и получения набора матриц **B**_n требуется также выбрать длительность временно́го окна. Учитывая все факты, приведенные выше, эта длительность устанавливается равной длительности кадра IEEE 802.16.

На Рис. 5 приведена зависимость средней задержки сообщения в рассматриваемой системе DBMAP/D/1 от нормированной интенсивности входного потока сообщений. Отметим, что для моделей IPP и DBMAP средняя задержка практически совпадает, за исключением небольшого расхождения в области высоких интенсивностей, которое, тем не менее, укладывается в доверительный интервал имитационного моделирования.



Рис. 5. Сопоставление средней задержки сообщения



Рис. 6. Эмпирическая интегральная функция распределения для задержек

Эмпирические интегральные функции распределения для нормированной интенсивности входного потока 0.5 изображены на Рис. 6. Видно, что IPP- и DBMAP-модели входных процессов демонстрируют схожее поведение с точки зрения задержки сообщения в системе DBMAP/D/1.

VI. Заключение

В данной работе был проведен краткий обзор имеющихся моделей трафика для современных беспроводных систем передачи информации. Он показал, что на сегодняшний день имеется некоторое несоответствие между практическими моделями, предложенными стандартизующей документацией по системам связи, и аналитическими моделями, рассматриваемыми в соответствующей литературе. Практические модели зачастую не могут быть проанализированы при помощи существующего аналитического аппарата, тогда как аналитические модели имеют ограниченную применимость на практике. Мы заполняем данный пробел, предлагая простой подход к построению модели трафика, основанной на дискретном пачечном марковском входном процессе. Данная модель построена на основе прерванного пуассоновского процесса непрерывного времени и демонстрирует схожие с ней свойства в рамках простой системы массового обслуживания. Построенная модель является примером того, как существующие теоретические сведения относительно процессов DBMAP могут быть использованы при оценке производительности реальных систем передачи информации.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке РФФИ по проектам # 10-08-01071-а и # 08-08-00403-а, а также в рамках программы фундаментальных исследований ОНИТ РАН по проекту 2.3.

Литература

- D. Moltchanov, "On-line state detection in time-varying traffic patterns", in Proc. of the 7th International Conference on Next Generation Teletraffic and Wire/Wireless Advanced Networking, 2007, pp. 49–60.
- [2] B. Mah, "An empirical model of HTTP network traffic", in Proc. of the 16th Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies, 1997, vol. 2, pp. 592–600.
- [3] C. Baugh and J. Huang, Traffic model for 802.16 TG3 MAC/PHY simulations, IEEE 802.16 Contribution 802.16.3c-01/30r1, March 2001.
- [4] IEEE 802.16-2009. IEEE Standard for Local and metropolitan area networks. Part 16: Air Interface for Broadband Wireless Access Systems, May 2009.
- [5] J. Zhuang, L. Jalloul, R. Novak, and J. Park, *IEEE 802.16m Evaluation Methodology Document (EMD)*, IEEE 802.16 Contribution 802.16m-08/004r5, January 2009.
- [6] WiMAX System Evaluation Methodology, July 2008.
- [7] 3GPP2 Contribution C.R1002-0, CDMA2000 Evaluation Methodology, December 2004.
- [8] A. Adas, "Traffic models in broadband networks", *IEEE Communications Magazine*, vol. 35, no. 7, pp. 82–89, 1997.
- [9] D. Lucantoni, "New results on the single server queue with a batch Markovian arrival process", Stochastic Models, vol. 7, pp. 1–46, 1991.
- [10] A. Klemm, C. Lindemann, and M. Lohmann, "Traffic modeling and characterization for UMTS networks", in *Proc. of the IEEE Global Telecommunications Conference*, 2001, vol. 3, pp. 1741–1746.
- [11] C. Blondia, "A discrete-time batch Markovian arrival process as B-ISDN traffic model", Belgian Journal of Operations Research, Statistics and Computer Science, vol. 32, pp. 3–23, 1993.
- [12] J. Zhao, Performance modeling and evaluation of digital video over wireless networks, PhD thesis, Hong Kong University of Science and Technology, 2003.
- [13] J.-A. Zhao, B. Li, and l. Ahmad, "Traffic modeling for layered video", in Proc. of the International Conference on Multimedia and Expo, 2003, vol. 1, pp. 497–500.
- [14] D. Fiems, V. Inghelbrecht, B. Steyaert, and H. Bruneel, "Markovian characterisation of H.264/SVC scalable video", in Proc. of the 15th International Conference on Analytical and Stochastic Modeling Techniques and Applications, 2008, pp. 1–15.
- [15] K. De Turck, S. De Vuyst, D. Fiems, and S. Wittevrongel, "An analytic model of IEEE 802.16e sleep mode operation with correlated traffic", in Proc. of the 7th International Conference on Next Generation Teletraffic and Wire/Wireless Advanced Networking, 2007, pp. 109–120.
- [16] B. Van Houdt and C. Blondia, "Stability and performance of stack algorithms

for random access communication modeled as a tree structured QBD Markov chain", *Stochastic Models*, vol. 17, no. 3, pp. 247–270, 2001.

- [17] A. Alfa and S. Chakravarthy, "A discrete queue with the markovian arrival process and phase type primary and secondary services", *Stochastic Models*, vol. 10, no. 2, pp. 437–451, 1994.
- [18] C. Herrmann, "The complete analysis of the discrete time finite DBMAP/G/1/N queue", *Performance Evaluation*, vol. 43, pp. 95–121, 2001.
- [19] J.-A. Zhao, B. Li, X.-R. Cao, and I. Ahmad, "A matrix-analytic solution for the DBMAP/PH/1 priority queue", *Queueing Systems: Theory and Applications*, vol. 53, no. 3, pp. 127–145, 2006.
- [20] B. Van Houdt and C. Blondia, "Robustness of Q-ary collision resolution algorithms in random access systems", *Performance Evaluation*, vol. 57, no. 3, pp. 357–377, 2004.