

УДК 004.728.3.057.4

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОНКУРЕНТНОГО ОПРОСА В ШИРОКОПОЛОСНЫХ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЯХ

С. Д. Андреев,

аспирант

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

А. В. Нилова,

младший инженер

ООО «Scartel Star Lab»

А. М. Тюрликов,

канд. техн. наук, доцент

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Исследуется эффективность механизмов конкурентного опроса абонентов на этапе запроса ресурсов канала в стандарте IEEE 802.16. Доказывается общее утверждение относительно «симметричной» группировки абонентов в системе случайного множественного доступа. Анализируются режимы общего и группового конкурентного опроса, для которых оптимизируется работа усеченного алгоритма двоичной экспоненциальной «отсрочки» при различных настройках системы связи.

Ключевые слова — широкополосные сети, IEEE 802.16, методы резервирования, множественный доступ, алгоритм двоичной экспоненциальной «отсрочки».

Введение

Стандарт IEEE 802.16 [1] специфицирует высокоскоростную систему беспроводной связи, поддерживающую различные мультимедиа-приложения. В иерархии уровней взаимодействия, задаваемой IEEE 802.16, уровень управления доступом к среде (УДС) обслуживает набор профилей физического уровня, каждый из которых задает специфическую среду функционирования. В настоящее время наблюдается общая тенденция становления стандарта IEEE 802.16 как непревзойденной и экономичной технологии, в основном благодаря широкой зоне охвата и продвинутым механизмам качества обслуживания (КЮ) на уровне УДС.

Оценка производительности механизмов IEEE 802.16 стала предметом множества исследовательских работ. В частности, рассматривается процесс передачи абонентом системы специализированного запроса, предназначенного для резервирования части ресурсов канала передачи данных. Детальное описание различных методов такого резервирования предложено в работе [2]. Стандартом предусмотрена возможность использования случайного множественного доступа (СМД) на стадии резервирования канальных ресурсов и усеченного алгоритма двоичной экспоненциальной «отсрочки» (ДЭО) для разреше-

ния возможных конфликтов между передаваемыми запросами.

Асимптотическое функционирование алгоритма ДЭО было подробно рассмотрено в соответствующей литературе. В статье [3] было показано, что алгоритм ДЭО нестабилен в модели с бесконечным числом абонентов. А в работе [4], напротив, для достаточно низких значений интенсивности входного потока утверждается стабильность алгоритма ДЭО в модели с конечным числом абонентов, даже если это число достаточно велико. Такие внешне противоречивые результаты демонстрируют два возможных подхода к анализу любого алгоритма СМД [5]. Первый определяется моделью с бесконечным числом абонентов, которая позволяет получить предельные характеристики функционирования алгоритма СМД. Второй связан с моделью с конечным числом абонентов, которая определяет границы практической работы алгоритма. Исчерпывающее описание обеих моделей может быть найдено в трудах [6] и [7].

Модель как с конечным, так и с бесконечным числом абонентов определяет набор допущений, которые упрощают анализ конкретных алгоритмов СМД. Классической сегодня является система допущений, описанная в статье [8] и в книге [9]. Рассмотрение работы алгоритма ДЭО в рам-

ках классической модели СМД стало предметом обсуждения в работе [10]. В статье [11] для анализа работы алгоритма ДЭО была впервые введена в рассмотрение упрощенная марковская модель.

Помимо непосредственного анализа алгоритма ДЭО важной практической задачей является выработка рекомендаций по его надлежащему использованию в стандарте IEEE 802.16. Для ее решения сначала кратко обсуждаются основные режимы и механизмы IEEE 802.16. Стандартом определены два случая использования алгоритма ДЭО — режим общего и группового опроса абонентов. Отметим, что при групповом опросе все множество абонентов в системе разбивается на группы. Эффективность функционирования общего и группового опроса была подробно изучена в работе [12]. Ряд практических аспектов применения алгоритма ДЭО для чувствительного к задержке трафика рассматривался в статье [13].

В литературе часто приводятся бездоказательные утверждения о росте производительности системы при переходе от общего опроса к групповому (см., например, статьи [12] и [13]), однако в данной работе устанавливается, что выигрыш практически несущественен, если все абоненты обладают одинаковыми требованиями по КО. Для обоснования этого утверждения доказывался тот факт, что в модели с бесконечным числом абонентов их группировка не повышает пропускной способности системы СМД (термин описан в трудах [14] и [15]) в целом.

Авторы также исследуют алгоритм ДЭО в рамках модели с конечным числом абонентов. Строго устанавливается выигрыш, получаемый при использовании общего/группового опроса при различных настройках системы связи.

Обзор стандарта IEEE 802.16

Стандарт IEEE 802.16 специфицирует физический уровень и уровень УДС, а также поддерживает два режима функционирования: обязательный режим «точка-многоточка» и вспомогательный режим «сетка». Уровень УДС, в свою очередь, подразделяется на три иерархических подуровня. С помощью подуровня сопряжения обеспечивает единообразная обработка трафика IP, ATM

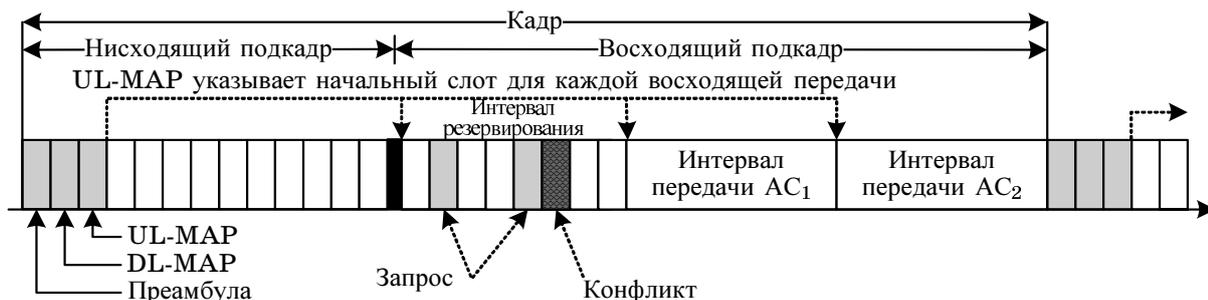
и Ethernet. На едином подуровне УДС определены пять категорий КО, которые позволяют обслуживать трафик, обладающий различными требованиями по КО. Подуровень безопасности осуществляет шифрование пакетов данных и обеспечивает дополнительные криптографические функции.

Базовая архитектура IEEE 802.16 допускает наличие одной базовой станции (БС) и одной или нескольких абонентских станций (АС), которые ниже для краткости именуются просто абонентами. Обмен пакетами данных между абонентами и БС происходит по двум отдельным каналам. В нисходящем канале передается трафик от БС к абонентам, тогда как в восходящем канале поток данных направлен в противоположную сторону. В нисходящем канале отсутствуют выделенные соединения между БС и абонентами, тогда как восходящий канал используется абонентами коллективно, с мультиплексированием активных соединений.

Стандарт IEEE 802.16 определяет два механизма дуплексирования вышеупомянутых каналов — временное (ВД) и частотное (ЧД) дуплексирование. В режиме ВД временной кадр подразделяется на нисходящую и восходящую части. Упрощенно структура УДС-кадра в режиме ВД показана на рис. 1. В режиме ЧД каналы соответствуют непересекающимся полосам частот и, следовательно, не интерферируют между собой.

В нисходящем канале БС осуществляет широковещательную передачу всем абонентам системы. Наряду с пакетами данных БС также передает управляющую информацию о расписании передачи каждого абонента в восходящем канале. Эта информация содержится в специализированном сообщении UL-MAP и используется абонентами для определения момента начала собственной передачи в восходящем канале. Для обеспечения обратной связи абонентов с БС часть ресурса восходящего канала выделяется под так называемый интервал резервирования. В течение этого интервала абоненты передают запросы на резервирование канального ресурса (для краткости — *запросы*), которые затем обрабатываются БС.

Процедуры, регламентирующие передачу абонентов в течение интервала резервирования, мож-



■ Рис. 1. Структура кадра IEEE 802.16 в режиме ВД

но разделить на конкурентные и детерминированные. К последнему типу относится режим непосредственного опроса абонентов, при котором БС предоставляет *возможность передачи* (которая называется в данной работе *слотом*) каждому абоненту для отправки имеющегося у него запроса. К первому типу процедур передачи относятся общий и групповой опросы абонентов. В режиме общего опроса абоненты передают имеющиеся у них запросы, выбирая один из всего множества слотов в кадре. В случае группового опроса абоненты подразделяются на группы, внутри каждой из которых действуют правила общего опроса, но лишь на множестве слотов, отведенных для данной группы. При конкурентном доступе запросов могут возникать так называемые конфликты, которые разрешаются с помощью алгоритма ДЭО. Механизм «piggybacking» позволяет абоненту «прикреплять» имеющийся у него запрос к передаваемому пакету данных, но только после того, как соединение этого абонента с БС было установлено.

Общая модель системы

Для описания особенностей функционирования стандарта IEEE 802.16 видоизменим набор допущений классической модели СМД [8, 9]. Время работы системы разделяется на равные интервалы, длительность каждого из которых соответствует длительности кадра. Кадры нумеруются неотрицательными целыми числами. Предполагается, что в системе функционируют M абонентов. Сформулируем ряд допущений относительно того, как пакеты поступают в систему и передаются.

Допущение 1. В каждый момент времени у каждого абонента имеется одно активное соединение и все соединения принадлежат одному классу КО.

Допущение 2. Каждый кадр содержит K равных конкурентных слотов, предназначенных для передачи запросов. Число K полагается постоянным в течение всего периода времени работы системы.

Допущение 3. В каждом слоте возможно возникновение одного из следующих событий:

- только один из абонентов передает запрос (УСПЕХ);
- ни один из абонентов не передает запрос (ПУСТО);
- два и более абонента передают запросы одновременно, что приводит к искажению всех передаваемых запросов на БС (КОНФЛИКТ).

Допущение 4. Шумы в восходящем канале отсутствуют. Следовательно, БС безошибочно определяет, какое событие происходит в каждом слоте. Если только один абонент осуществляет передачу, БС всегда принимает запрос успешно.

Допущение 5. Механизм «piggybacking» не используется, и для каждого поступающего пакета данных генерируется отдельный запрос. Поскольку ниже речь идет о процессе резервирования канальных ресурсов, можно условно говорить о на-

личии входного потока запросов в рассматриваемую систему. Каждый абонент имеет неограниченную очередь для хранения поступивших запросов.

Допущение 6. Наблюдая активность абонента в кадре $t-1$, БС составляет расписание его передач в восходящем канале для кадра t и транслирует это расписание в нисходящем канале кадра t . БС также сообщает абоненту информацию обратной связи относительно его передач в кадре $t-1$ к началу кадра t .

Допущение 7. Шумы в нисходящем канале отсутствуют. Следовательно, абонент безошибочно принимает как расписание собственных передач, так и информацию обратной связи от БС.

Допущение 8. Введем в рассмотрение случайную величину, равную количеству вновь поступивших запросов к абоненту с номером i в течение кадра t , и обозначим ее как $X_i^{(t)}$. Для всех значений $t \geq 0$ и $i = 1, \dots, M$ случайные величины $X_i^{(t)}$ независимы и одинаково распределены. Предположим также, что к каждому абоненту в течение кадра поступает не более одного запроса, вероятность такого поступления примем за y . Рассматриваемый входной поток запросов подчиняется закону Бернулли. Таким образом, $E[X_i^{(t)}] = y$ для всех $t \geq 0$

и $i = 1, \dots, M$, тогда как $E\left[\sum_{i=1}^M X_i^{(t)}\right] = My \triangleq \Lambda$. Параметр Λ далее называется суммарной *интенсивностью входного потока* на слот.

Подводя итог, отметим, что в соответствии со стандартом IEEE 802.16 каждый абонент практически может устанавливать множество соединений с БС, используя различные заранее оговоренные параметры КО, а один запрос может соответствовать потребностям отдельного соединения или всего множества соединений абонента, что не соответствует допущению 1 напрямую. Однако рассматриваемую модель системы можно обобщить на случай множества соединений, заменив термин «абонент» термином «соединение».

Второе существенное отличие введенной модели допущений от реальной системы состоит в том, что информация обратной связи не сообщается абоненту в явном виде. Абонент ожидает от БС выделения ресурса канала в течение определенного интервала времени, и, если по его истечении ресурс не был выделен, считает передачу запроса неуспешной. Допущение 6 о «немедленной» обратной связи делается в целях упрощения анализа. Все следующие рассуждения могут быть обобщены на случай «отложенной» обратной связи.

Система с бесконечным числом абонентов

Следуя подходу, описанному в работе [5], устремим число абонентов в системе M к бесконечности, а вероятность поступления запроса к абоненту y — к нулю так, чтобы их произведение оставалось постоянным и равным $My = \text{const} = \Lambda$. Тогда

предел суммарного входного процесса, введенного в допущении 8, описывается распределением Пуассона, т. е.

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \Pr \left\{ \sum_{j=1}^M X_j^{(t)} = i \right\} = \frac{\Lambda^i}{i!} e^{-\Lambda}.$$

Сформулируем базовые определения такой системы с бесконечным числом абонентов. Для нее рассмотрим возможность функционировать при наличии и при отсутствии потерь пакетов и введем системы с потерями и без потерь соответственно.

Система с потерями пакетов данных

Определение 1. Алгоритмом СМД из класса алгоритмов в системе с потерями $A \in A_{lossy}$ назовем правило, в соответствии с которым абонент, имеющий готовый для передачи запрос, принимает решение о том, передавать ли ему данный запрос в очередном слоте s , отложить его передачу или его отбросить. Если запрос отброшен, соответствующий пакет данных также теряется [16].

Определение 2. Введем в рассмотрение случайную величину $Z^{(t)}$, равную количеству успешных передач запросов в кадре, содержащем K слотов. Очевидно, $Z^{(t)} \in \{0, 1, \dots, K\}$. Рассмотрим также

случайную функцию $\Psi_A(K, \Lambda, s) \triangleq \frac{\sum_{j=0}^s Z^{(t)}}{sK}$. Предел

данного выражения при s , стремящемся к бесконечности, назовем *интенсивностью выходного потока* на слот для алгоритма A в системе с потерями, т. е. $\Psi_A(K, \Lambda) \triangleq \lim_{s \rightarrow \infty} \Psi_A(K, \Lambda, s)$.

Определение 3. Пропускной способностью алгоритма A в системе с потерями назовем верхнюю грань интенсивностей выходного потока по всему множеству значений интенсивности входного потока, что дает

$$T_A(K) \triangleq \sup_{\Lambda} \Psi_A(K, \Lambda). \quad (1)$$

Определение 4. Пропускной способностью системы с потерями назовем верхнюю грань пропускных способностей алгоритмов, принадлежащих классу $A_{lossy}(K)$ алгоритмов СМД, при наличии K слотов в кадре:

$$C_{lossy}(K) \triangleq \sup_{A \in A_{lossy}(K)} T_A(K). \quad (2)$$

Отметим, что пропускная способность алгоритма характеризует работу отдельного алгоритма СМД в системе с потерями, тогда как пропускная способность системы является предельной характеристикой системы с потерями в целом.

Система без потерь пакетов данных

Определение 5. Алгоритмом СМД из класса алгоритмов в системе без потерь $A \in A_{lossless}$ назовем

правило, в соответствии с которым абонент, имеющий готовый для передачи запрос, принимает решение о том, передавать ли ему данный запрос в очередном слоте s или отложить его передачу. Отметим, что запросы при этом не отбрасываются, следовательно, потерь пакетов данных не происходит.

Определение 6. Задержкой передачи запроса $\delta_A(K, \Lambda)$ назовем случайную величину, равную интервалу времени от момента поступления запроса в систему до момента окончания его успешной передачи. Введем в систему новый запрос в некотором слоте s и обозначим его задержку как $\delta_A^{(s)}(K, \Lambda)$.

Определение 7. Среднюю задержку запроса (названную средней виртуальной задержкой [7]) определим как

$$D_A(K, \Lambda) \triangleq \limsup_{s \rightarrow \infty} E[\delta_A^{(s)}(K, \Lambda)]. \quad (3)$$

Определение 8. Скоростью передачи алгоритма A в системе без потерь назовем верхнюю грань интенсивностей выходного потока, для которых алгоритм обеспечивает конечную среднюю задержку запроса:

$$R_A(K) \triangleq \sup\{\Lambda : D_A(K, \Lambda) < \infty\}. \quad (4)$$

Определение 9. Пропускной способностью системы без потерь назовем верхнюю грань пропускных скоростей алгоритмов, принадлежащих классу $A_{lossless}(K)$ алгоритмов СМД, при наличии K слотов в кадре:

$$C_{lossless}(K) \triangleq \sup_{A \in A_{lossless}(K)} R_A(K). \quad (5)$$

Точное значение пропускной способности системы без потерь в настоящее время неизвестно. Важная верхняя граница для пропускной способности $C_{lossless}(1)$ была установлена в работе [14] и составила $C_{lossless}(1) = 0,587$. Позднее она была несколько улучшена. Лучший на сегодняшний день алгоритм СМД, алгоритм «дробления», был предложен в статье [17] и имеет скорость передачи $R_{pt} = 0,487$. В последующие годы он также был незначительно улучшен, но основная его идея осталась неизменной.

По аналогии отметим, что скорость алгоритма характеризует работу отдельного алгоритма СМД в системе без потерь, тогда как пропускная способность системы является предельной характеристикой системы без потерь в целом.

Анализ «симметричной» группировки абонентов

Докажем утверждение, что группировка абонентов не повышает значение пропускной способности системы (ее предельной характеристики функционирования). Все приведенные рассуждения могут быть одинаковым образом сформулированы как для системы с потерями, так и для системы без потерь. Доказательство представлено на примере системы без потерь, но нижний индекс

«lossless» у параметров A и C опущен для упрощения обозначений.

1. Рассмотрим вначале систему СМД при отсутствии разбиения времени на кадры. При этом будем считать, что время ее работы поделено на слоты одинаковой длительности и абонент может начинать передачу запроса только в начале очередного слота. Алгоритм СМД из класса алгоритмов в системе со слотами $A \in A_{slotted}$ может быть снова определен как правило, в соответствии с которым абонент, имеющий готовый для передачи запрос, принимает решение о том, передавать ему данный запрос в следующем слоте s или нет. Информация обратной связи доступна абоненту к началу следующего слота $s + 1$.

2. Теперь дополнительно разобьем время работы системы на кадры, каждый из которых состоит из целого и постоянного числа слотов K . При этом информация обратной связи по-прежнему доступна абоненту к началу следующего за передачей слота. Допустим, что все абоненты наблюдают события, происходящие в системе, с момента начала ее функционирования. Таким образом, все абоненты определяют ситуацию, произошедшую в каждом слоте, одинаковым образом, и дополнительное разбиение на кадры не влияет на производительность системы. Можно сделать вывод, что множество всех алгоритмов СМД для данной системы A_{framed} совпадает с множеством всех алгоритмов СМД для системы со слотами, т. е. $A_{framed} = A_{slotted} \triangleq A(1)$. По аналогии с определением 9 выразим пропускную способность такой системы с кадрами как $C(1) \triangleq \sup_{A \in A(1)} R_A(1)$.

3. Изменим теперь характер доступности информации обратной связи в системе с кадрами, связав моменты ее получения с началами кадров, т. е. единожды за K слотов. Одна из альтернатив рассматриваемой системы с «отложенной» обратной связью анализировалась в работе [18]. Определим алгоритм СМД из класса алгоритмов в системе с «отложенной» обратной связью $A \in A(K)$, как и выше, делая вывод, что ограничение доступности информации обратной связи сужает множество алгоритмов СМД в данной системе по сравнению с соответствующим множеством в системе с кадрами, что дает $A(K) \subset A(1)$. Из вышеизложенного и двух определений пропускной способности $C(1)$ и $C(K)$ (5) немедленно следует $C(K) \leq C(1)$.

4. Любому алгоритму A из множества алгоритмов $A(1)$ может быть поставлен в соответствие алгоритм A^* из множества $A(K)$ так, чтобы $R_{A^*} = R_A$. Для этого достаточно «разбить» все множество абонентов в системе с «отложенной» обратной связью на K равных и непересекающихся групп («симметрично») и закрепить за каждой из групп один слот в каждом кадре. В системе с бесконечным числом абонентов разбиение на группы может, например, происходить следующим образом.

Новому абоненту, к которому поступил готовый для передачи запрос, номер группы назначается случайным образом равномерно в диапазоне $[1, K]$. Далее, к примеру, группа с номером один наблюдает и использует для передачи запросов исключительно первый слот в каждом кадре, группа с номером два — второй и т. д. Таким образом, для каждой из групп информация обратной связи доступна к началу следующего «своего» слота, что в точности соответствует работе системы со слотами.

5. Из определения пропускной способности и вышеизложенного (см. п. 3, 4) следует, что $C(1) = C(K)$, т. е. пропускная способность системы с кадрами не изменяется при введении «отложенной» обратной связи. Более того, в случае, когда абоненты системы заранее поделены на равные группы, для каждой из которых отведено по L слотов в кадре, пропускная способность системы также не изменяется, т. е. $C(1) = C(L) = C(K)$. Можно сделать вывод, что «симметричная» группировка абонентов не влияет на пропускную способность системы СМД с бесконечным числом абонентов.

Система с конечным числом абонентов

Рассмотрим эффективность конкурентного опроса конечного числа M абонентов в рамках общей модели системы. Множество рассматриваемых алгоритмов СМД сужается до одного алгоритма, который специфицирован в стандарте IEEE 802.16. Напомним, что этот алгоритм носит название двоичной экспоненциальной «отсрочки», и его правила могут быть сформулированы следующим образом.

Усеченный алгоритм двоичной экспоненциальной «отсрочки»

Правило 1.1. Если новый запрос поступает к абоненту в кадре $t-1$ и у данного абонента отсутствуют другие готовые для передачи запросы, он передает этот запрос в кадре t (попытка передачи). При этом слот для передачи данного запроса выбирается по равномерному закону из всего множества слотов, предназначенных для той группы, к которой принадлежит рассматриваемый абонент. Отметим, что при общем опросе абонент выбирает слот для передачи из всего множества слотов K в кадре t , тогда как при групповом опросе возможность выбора сужается до L слотов.

Правило 1.2. Если запрос готов к повторной передаче с номером i ($i > 0$) в начале кадра t , то абонент выбирает число (счетчик «отсрочки») равномерно в диапазоне $\{0, 1, \dots, 2^{\min(m, i)}W - 1\}$, где переменные W и m представляют собой параметры алгоритма ДЭО, называемые начальным окном «отсрочки» и максимальной степенью «отсрочки» соответственно, а переменная i равна числу конфликтов, в которые вступил рассматриваемый запрос к началу кадра t . Далее абонент откладывает

вает передачу запроса на выбранное число слотов, учитывая только слоты, отведенные для «своей» группы.

Правило 2.1. Если после получения информации обратной связи от БС абонент определяет, что последняя (повторная) передача текущего запроса закончилась КОНФЛИКТОМ, он увеличивает счетчик произошедших конфликтов i для данного запроса. Если значение этого счетчика совпадает с максимальным числом повторных передач Q , тогда запрос вместе с соответствующим ему пакетом данных отбрасывается, а счетчик конфликтов обнуляется: $i = 0$.

Правило 2.2. Если после получения информации обратной связи от БС абонент определяет, что последняя (повторная) передача текущего запроса закончилась УСПЕХОМ, счетчик конфликтов также обнуляется: $i = 0$.

Система без повторных передач пакетов данных

Вычислим пропускную способность алгоритма ДЭО для случая минимально возможной задержки. Такой сценарий использования алгоритма практически оправдан при передаче чувствительного к задержке трафика (например, голосового потока VoIP [13]). Для минимизации средней задержки как для общего, так и для группового опроса максимальное число повторных передач устанавливается равным своему наименьшему значению, т. е. $Q = 0$. Таким образом, соответствующее значение пропускной способности алгоритма ДЭО обозначается как $T_{БЕВ}^1$, где 1 означает единственную попытку передачи.

Напомним, что в соответствии с допущением 8 о входном потоке Бернулли параметр y представляет собой вероятность поступления к абоненту запроса в кадре. Отметим также, что стандарт не определяет никаких соотношений между параметрами W , m и K . К примеру, если $W < L$ для группового опроса, тогда при первой попытке повторной передачи некоторые слоты никогда не будут задействованы. По этой причине разумно установить

$W = \frac{lK}{G} = lL$, где l — некоторое натуральное число ($l \geq 1$), а G — число групп. Такой выбор величины W позволяет распределить попытки повторной передачи равномерно среди числа слотов, доступных каждой группе. В рассматриваемом случае при отсутствии повторных передач $l = 1$ и $m = 0$.

Искомое значение пропускной способности алгоритма ДЭО на слот $T_{БЕВ}^1$, которое достигается передачами запросов в конкурентных слотах для общего ($G = 1$) и группового ($G > 1$) опроса абонентов, можно вычислить, следуя подходу из работы [19] и используя громоздкое рекуррентное выражение. Покажем упрощенный способ вычисления данной величины с помощью следующих рассуждений, близких к рассуждениям в статье [20].

В каждом слоте может быть передано не более одного запроса. Введем в рассмотрение случайную величину $Z^{(i)}$, которая принимает значение 1 в случае УСПЕХА в слоте i и 0 — во всех остальных случаях. Отметим, что поскольку число абонентов в каждой группе постоянно и все группы независимы, достаточно вычислить математическое ожидание суммы $Z^{(i)}$ по всем слотам L только лишь для одной группы. Очевидно, что данное математическое ожидание и будет представлять собой искомое значение пропускной способности $T_{БЕВ}^1$, т. е.

$$T_{БЕВ}^1 = \frac{E\left[\sum_{i=1}^L Z^{(i)}\right]}{L} = E[Z^{(i)}]. \quad (6)$$

Математическое ожидание случайной величины $Z^{(i)}$ имеет смысл вероятности УСПЕХА в слоте, который наступает тогда и только тогда, когда один из N абонентов в группе выбирает данный слот для передачи запроса, что дает

$$T_{БЕВ}^1 = E[Z^{(i)}] = \Pr\{Z^{(i)} = 1\} = \frac{yN}{L} \left(1 - \frac{y}{L}\right)^{N-1}. \quad (7)$$

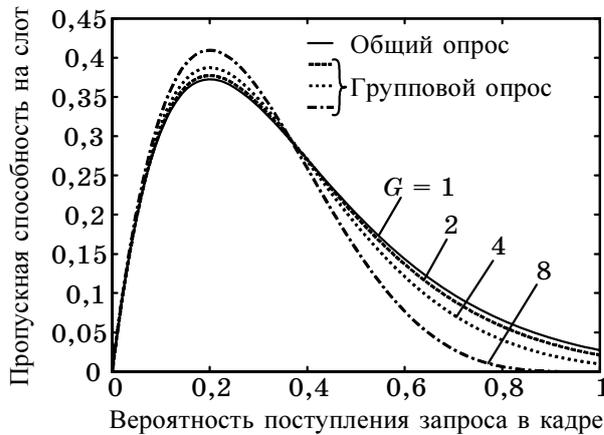
Далее можно установить «оптимальное» значение вероятности поступления запроса y , при котором достигается наибольшее значение пропускной способности. Для этого вычислим первую производную от выражения (7) по переменной y и приравняем ее к нулю:

$$y_0 = \frac{L}{N}. \quad (8)$$

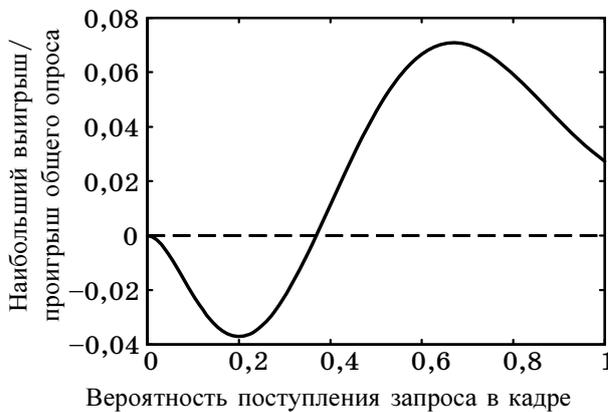
Функция $T_{БЕВ}^1$ для различного числа групп в системе G с $K = 8$ и $M = 40$ изображена на рис. 2. Наблюдается преимущество группового опроса перед общим для малых значений y , тогда как для средних и больших значений y ситуация меняется на противоположную. Также можно отметить, что зазор между случаями $G = 1$ и $G = 8$ демонстрирует наиболее существенную разницу среди всех возможных группировок. На рис. 3 изображена такая зависимость выигрыша/проигрыша при использовании группировки абонентов от вероятности поступления запроса y . Выражение для данной функции можно получить следующим образом:

$$f(y) = \frac{yM}{K} \left(1 - \frac{y}{K}\right)^{M-1} - \frac{yN}{L} \left(1 - \frac{y}{L}\right)^{N-1}. \quad (9)$$

Можно сделать вывод, что, несмотря на наличие колебаний функции (9) при групповом и общем опросе абонентов, максимально возможный выигрыш/проигрыш незначителен по сравнению с абсолютным значением пропускной способности. Следовательно, в рассматриваемом случае минимально возможной средней задержки ($Q = 0$) раз-



■ Рис. 2. Эффективность конкурентного опроса при отсутствии повторных передач



■ Рис. 3. Наибольший выигрыш/проигрыш общего опроса

биение абонентов на группы нецелесообразно, поскольку выигрыш незначителен и, кроме того, с ростом числа групп увеличиваются накладные расходы IEEE 802.16 [1].

Система без потерь пакетов данных

Продолжим анализ производительности системы с конечным числом абонентов M в рамках ряда допущений, сформулированных в общей модели. Устремим максимальное число повторных передач Q к бесконечности. При этом потери запросов не возникает, и, соответственно, потеря пакетов данных в системе также исключена. Важной характеристикой такой системы без потерь является скорость алгоритма ДЭО $R_{БЕВ}$.

Вычислим скорость алгоритма ДЭО, функционирующего в режиме насыщения, т. е. в условиях, когда каждый абонент всегда имеет готовый для передачи запрос.

В настоящее время для анализа алгоритма ДЭО в насыщении часто вводится набор допущений [11], который позволяет свести рассмотрение работы системы в целом к рассмотрению функционирования отдельного (меченого) абонента. Для некоторого слота в кадре вычисляются две вероятности: вероятность (повторной) передачи запроса меченому абонентом (p_t) и условная вероятность возникновения конфликта при условии передачи запроса меченому абонен-

том (p_c). Эти вероятности полагаются постоянными все время работы системы, а попытки передачи запроса меченому абонентом — статистически независимыми.

Введем в рассмотрение случайную величину $Z^{(i)}$, которая принимает значение 1 в случае передачи меченому абонентом запроса в слоте i и 0 — в противном случае. С учетом введенных выше допущений моменты времени, связанные с получением обратной связи на успешную передачу запроса от меченого абонента, являются точками регенерации стохастического процесса, задаваемого последовательностью $Z^{(i)}$.

Напомним, что точки регенерации совпадают с моментами начала соответствующих кадров, а кадр содержит K конкурентных слотов. Величина p_t может быть

$$p_t = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n B^{(i)}}{\sum_{i=1}^n D^{(i)}},$$

где $B^{(i)}$ —

количество передач запроса в цикле регенерации с номером i ; $D^{(i)}$ — длительность цикла регенерации с номером i , выраженная в слотах. Из теории регенерирующих процессов [22] известно:

$$p_t = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n B^{(i)}}{\sum_{i=1}^n D^{(i)}} = \frac{E[B]}{E[D]}. \quad (10)$$

Поскольку конфликт возникает, если как минимум один из оставшихся $M-1$ абонентов (повторно) передает свой запрос, то величина

$$p_c = 1 - (1 - p_t)^{M-1}. \quad (11)$$

Величина B подчиняется геометрическому распределению с параметром $1 - p_c$, что можно записать как

$$E[B] = \sum_{i=1}^{\infty} i \Pr\{B=i\} = (1 - p_c) \sum_{i=1}^{\infty} i p_c^{i-1} = \frac{1}{1 - p_c}. \quad (12)$$

Математическое ожидание длительности цикла регенерации D можно аналогично записать как

$$E[D] = \sum_{i=1}^{\infty} D(i) \Pr\{B=i\} = (1 - p_c) \sum_{i=1}^{\infty} D(i) p_c^{i-1}, \quad (13)$$

где $D(i)$ — длительность цикла регенерации при условии, что было сделано точно i попыток передачи запроса. Можно легко показать справедливость следующих соотношений для величины $D(i)$:

$$D(i) = \begin{cases} 2^{i-1}W - \frac{W-iK}{2}, & 1 \leq i \leq m+1; \\ 2^{m-1}W(i-m+1) - \frac{W-iK}{2}, & i > m+1. \end{cases} \quad (14)$$

Для вычисления искомой вероятности (повторной) передачи абонента p_t в случайно выбранном слоте воспользуемся выражением (10). Здесь $E[B]$ следует из (12), а $E[D]$ может быть получено из (13) с учетом (14), что в итоге дает

$$p_t = \frac{2(1-2p_c)}{(1-2p_c)(W+K) + p_c W(1-(2p_c)^m)}. \quad (15)$$

Выражения (11) и (15) представляют собой нелинейную систему уравнений с двумя неизвестными p_c и p_t , которая может быть решена численно. Наконец, значение R_{BEB} задается вероятностью единственной (повторной) передачи в слоте:

$$R_{BEB} = Mp_t(1-p_t)^{M-1}. \quad (16)$$

Продемонстрированный выше подход позволяет получить оптимальное значение вероятности (повторной) передачи, которое приводит к максимизации скорости алгоритма ДЭО для всех возможных пар его параметров (W, m). Можно показать, что максимальная скорость алгоритма достигается, когда $m = 0$. Ниже рассмотрим оптимальную систему подробнее.

Подставляя $m = 0$ в (15), можно установить, что $p_t = \frac{2}{W_0 + K}$, где W_0 представ-

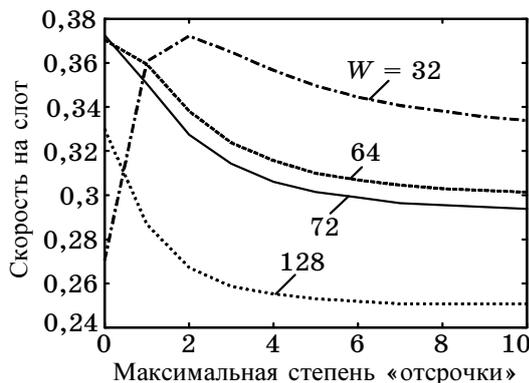
ляет собой оптимальное значение начального окна «отсрочки». Заметим, что выражение (16) схоже с выражением (7), которое достигает максимального значения при $\frac{yN}{L} = 1$. Аналогично выражение (15) до-

стигает максимума при $Mp_t = \frac{2M}{W_0 + K} = 1$.

Наконец, W_0 может быть вычислено как $2M - K$ или, с учетом возможной группировки абонентов:

$$W_0 = 2N - L. \quad (17)$$

Следует подчеркнуть, что значение скорости оптимизированного алгоритма ДЭО с W_0 и $m = 0$ в точности совпадает с максимальным значением (7) в системе с поте-



■ Рис. 4. Эффективность общего опроса при неограниченном числе повторных передач

рями. Однако использование оптимального начального окна «отсрочки» W_0 в стандарте IEEE 802.16 затруднено, поскольку это значение может не являться целой степенью числа 2. В качестве примера на рис. 4 изображен ряд зависимостей скорости алгоритма ДЭО от различных пар значений W и m . Заметим, что для общего опроса в рассматриваемом примере с $M = 40$ и $K = 8$ W_0 составляет 72. При этом скорость алгоритма ДЭО с параметрами $W = 32$ и $m = 2$ лишь незначительно уступает максимально возможной, следовательно, система передачи с такими параметрами будет подоптимальной.

Система с потерями пакетов данных и практические замечания

Предложенный выше упрощенный аналитический подход к расчету скорости алгоритма ДЭО в системе без потерь пакетов данных может быть несложно обобщен для расчета его пропускной способности. Напомним, что пропускная способность алгоритма ДЭО является его важнейшей характеристикой в системе с потерями пакетов данных, т. е. при наличии ограничения на число повторных передач соответствующего запроса. Снова введем в рассмотрение величину Q , равную максимальному числу повторных передач одного запроса. Тогда максимальное количество передач запроса составит $Q + 1$, а выражение (15) может быть обобщено следующим образом:

$$p_t = \begin{cases} \frac{2(1-2p_c)(1-p_c^{Q+1})}{W(1-p_c)(1-(2p_c)^{Q+1}) + K(1-2p_c)(1-p_c^{Q+1})}, & Q \leq m; \\ \frac{2(1-2p_c)(1-p_c^{Q+1})}{(1-2p_c)(W(1-2^m p_c^{Q+1}) + K(1-p_c^{Q+1})) + p_c W(1-(2p_c)^m)}, & Q > m. \end{cases} \quad (18)$$

Выражения (11) и (18) по-прежнему представляют собой нелинейную систему уравнений с двумя неизвестными p_c и p_t , которая может быть решена численно. Далее, по аналогии с (16), пропускная способность насыщения вычисляется как

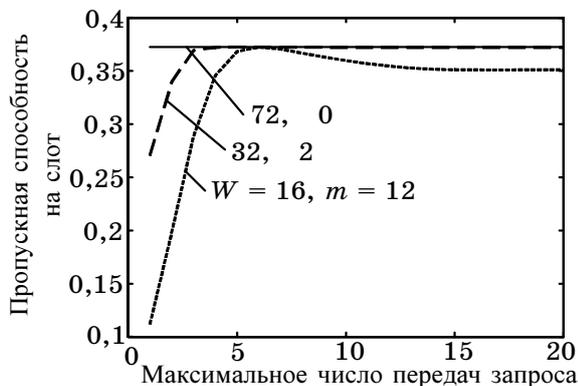
$$T_{BEB}^{Q+1} = Mp_t(1-p_t)^{M-1}. \quad (19)$$

Зависимость пропускной способности насыщения от максимального числа передач запроса $(Q + 1)$ для общего опроса с $M = 40$ и $K = 8$ показана на рис. 5. Видно, что для оптимальной системы с $W_0 = 72$ и $m = 0$ пропускная способность не зависит от максимального числа передач, и, таким образом, ее скорость равна пропускной способности. Напротив, для подоптимальной системы с $W = 32$ и $m = 2$ (см. рис. 4) такая зависимость имеет место.

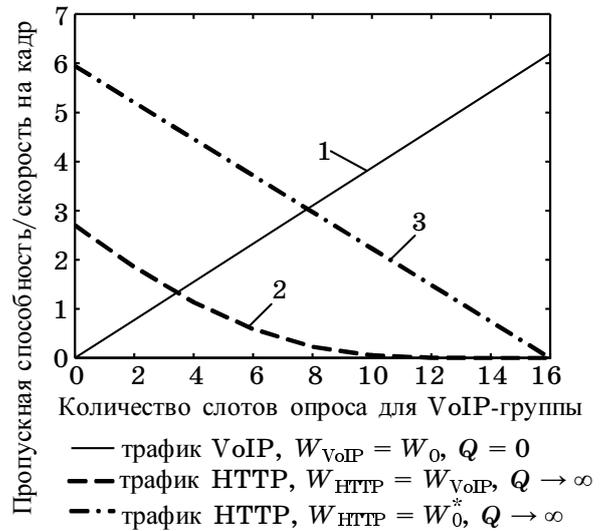
Выше было показано, что в пределе при $Q \rightarrow \infty$ подоптимальная система лишь незначительно уступает оптимальной с точки зрения скорости передачи. На рис. 5 можно заметить, что при $Q = 4$ имеется максимум пропускной способности для подоптимальной системы, который в точности совпадает со скоростью для оптимальной системы. Таким образом, существует значение величины Q , при котором удается достичь пропускной способности, не уступающей скорости в системе без потерь.

Все рассуждения данного раздела могут быть обобщены на случай «несимметричной» группировки абонентов с различными требованиями КО. Рассмотрим реальный пример, при котором $N_1 = 10$ абонентов первой группы генерируют VoIP-трафик, а $N_2 = 50$ абонентов второй группы — HTTP-трафик. Для первой группы, следуя за статьёй [13] и учитывая характер трафика, установим ограничение на число повторных передач ($Q = 0$), а для второй группы снимем данное ограничение ($Q \rightarrow \infty$). Очень важно заметить, что в текущей версии стандарта IEEE 802.16 [1] параметры алгоритма ДЭО (значения W и m) рассылаются от БС к абонентам в широковещательном режиме, т. е. задать различные параметры алгоритма каждой группе опрашиваемых абонентов невозможно.

На практике можно ожидать, что первая группа абонентов будет обладать более высоким приоритетом в силу чувствительности VoIP-трафика к задержкам при передаче. Следовательно, общие для обеих групп параметры алгоритма ДЭО будут оптимизированы именно для этой группы ($W = W_0$ и $m = 0$). На рис. 6 линия 1 показывает пропуск-



■ Рис. 5. Эффективность общего опроса при ограничении на число повторных передач



■ Рис. 6. Эффективность группового опроса при «несимметричной» группировке абонентов

ную способность на кадр для первой группы абонентов, если из общего числа конкурентных слотов опроса в кадре ($K = 16$) L_1 доступны первой группе, а $L_2 = K - L_1$ — второй. Пропускная способность и скорость алгоритма ДЭО указаны в расчете на кадр, а не на слот. Это позволяет нагляднее изобразить обменное соотношение между эффективностями опроса рассматриваемых групп абонентов в системе с «несимметричной» группировкой.

Снова подчеркнем, что при оптимизации алгоритма ДЭО для VoIP-трафика абоненты, генерирующие HTTP-трафик, будут использовать те же самые параметры алгоритма, что приведет к существенному снижению скорости алгоритма ДЭО для второй группы (линия 2). Можно предложить следующее несложное улучшение стандарта, при котором каждой из групп абонентов устанавливаются собственные параметры алгоритма ДЭО. Тогда для второй группы можно оптимизировать работу алгоритма независимо от первой и установить «свои» оптимальные параметры ($W = W_0^*$). При этом скорость алгоритма ДЭО (линия 3) для второй группы абонентов существенно возрастает.

Заключение

В данной работе была рассмотрена «симметричная» группировка в системе с бесконечным числом абонентов и показано, что пропускная способность системы СМД при этом не изменяется. Формально введены в рассмотрение системы с конечным числом абонентов с потерями пакетов данных и без таковых, в рамках которых исследовано функционирование алгоритма ДЭО. Используемый упрощенный аналитический расчет пропускной способности (скорости) алгоритма ДЭО позволяет провести оптимизацию его работы в стандарте IEEE 802.16. Кроме того, предложено важное улучшение стан-

дарт, которое позволяет достичь более высоких показателей пропускной способности (скорости).

По результатам работы можно сделать вывод, что преимущество группового опроса перед общим опросом абонентов при «симметричной» группировке незначительно. Заметим, однако, что для поддержания требований качества обслуживания может быть использована «несимметричная» группировка абонентов: с неравным размером групп

(количеством конкурентных слотов опроса на группу) и различными ограничениями на число попыток передачи запроса. В текущей версии стандарта IEEE 802.16 такая группировка неизбежно приводит к «угнетению» низкоприоритетных групп абонентов, которого, тем не менее, можно избежать, предоставив возможность отдельной оптимизации параметров алгоритма ДЭО указанным в работе способом.

Литература

1. IEEE Std 802.16e-2005, Piscataway, NJ, USA, December 2005.
2. Rubin I. Access-control disciplines for multi-access communication channels: Reservation and TDMA schemes // IEEE Transactions on Information Theory. 1979. Vol. 25. N 5. P. 516–536.
3. Aldous D. Ultimate instability of exponential back-off protocol for acknowledgment based transmission control of random access communication channels // IEEE Transactions on Information Theory. 1987. Vol. 33. N 2. P. 219–233.
4. Goodman J., Greenberg A., Madras N., March P. Stability of binary exponential backoff // Journal of the ACM. 1988. Vol. 35. N 3. P. 579–602.
5. Paterakis M., Georgiadis L., Papantoni-Kazakos P. On the relation between the finite and the infinite population models for a class of RAA's // IEEE Transactions on Communications. 1987. Vol. 35. P. 1239–1240.
6. Chlebus B. Handbook of Randomized Computing, volume 1, chapter Randomized Communication in Radio Networks, pages 401–456. P. Pardalos, S. Rajasekaran, J. Reif, and J. Rolim, 2001.
7. Tsybakov B. Survey of USSR contributions to random multiple-access communications // IEEE Transactions on Information Theory. 1985. Vol. 31. N 2. P. 143–165.
8. Tsybakov B., Mikhailov V. Free synchronous packet access in a broadcast channel with feedback // Problems of Information Transmission. 1978. Vol. 14. N 4. P. 259–280.
9. Bertsekas D., Gallager R. Data Networks. Prentice Hall, 1992.
10. Song N., Kwak B., Miller L. On the stability of exponential backoff // Journal Research of NIST. 2003. Vol. 108. P. 289–297.
11. Bianchi G. Performance analysis of the IEEE 802.11 distributed coordination function // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 2000. Vol. 18. N 3. P. 535–547.
12. Lin L., Jia W., Lu W. Performance analysis of IEEE 802.16 multicast and broadcast polling based bandwidth request // IEEE Wireless Communications and Networking Conference. 2007. Vol. 1. P. 1854–1859.
13. Alanen O. Multicast polling and efficient VoIP connections in IEEE 802.16 networks // 10th ACM Symposium on Modeling, analysis, and simulation of wireless and mobile systems. 2007. Vol. 1. P. 289–295.
14. Tsybakov B., Likhanov N. Upper bound on the capacity of a random multiple access system // Problems of Information Transmission. 1987. Vol. 23. N 3. P. 224–236.
15. Turlikov A., Vinel A. Capacity estimation of centralized reservation-based random multiple-access system // Symposium on Problems of Redundancy in Information and Control Systems. 2007. Vol. 1. P. 154–160.
16. Tsybakov B. One stochastic process and its application to multiple access in supercritical region // IEEE Transactions on Information Theory. 2001. Vol. 47. N 4. P. 1561–1569.
17. Tsybakov B., Mikhailov V. Random multiple packet access: Part-and-try algorithm // Problems of Information Transmission. 1980. Vol. 16. N 4. P. 305–317.
18. Tsybakov B., Berkovskii M. Multiple access with reservation // Problems of Information Transmission. 1980. Vol. 16. N 1. P. 35–54.
19. Vinel A., Zhang Y., Ni Q., Lyakhov A. Efficient request mechanisms usage in IEEE 802.16 // IEEE Global Telecommunications Conference. 2006. Vol. 1. P. 1–5.
20. Abramson N. The throughput of packet broadcasting channels // IEEE Transactions on Communications. 1977. Vol. 25. N 1. P. 117–128.
21. Vinel A., Zhang Y., Lott M., Tiurlikov A. Performance analysis of the random access in IEEE 802.16 // IEEE 16th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications. 2005. Vol. 3. P. 1596–1600.
22. Merakos L., Bisdikian C. Delay analysis of the n-ary stack random-access algorithm // IEEE Transactions on Information Theory. 1988. Vol. 34. N 5. P. 931–942.